МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского»

Институт математики и информационных технологий

«Утверждаю»

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Т.Б. Смирнова

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2019 г.

Программа вступительного испытания

«Прикладная математика и информатика»

Омск, 2019

Утверждено Учёным советом ИМИТ 20 сентября 2019 года.

Председатель Учёного совета \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.А. Латыпов

**Письменный экзамен для лиц, поступающих в магистратуру**

1. Вступительное испытание проводится специально утверждённой предметной комиссией.
2. Для каждого из поступающих комиссия предлагает билет из 4 вопросов, два из них – по высшей математике, два оставшихся вопроса зависят от выбора программы поступающим.
3. На подготовку ответов испытуемым (поступающим) предоставляется 120 минут.
4. Испытуемые излагают ответ на стандартном бланке, предоставленном приёмной комиссией.
5. По каждому из вопросов испытуемый может получить до 25 баллов и до 100 баллов включительно в сумме. Эта сумма является оценкой за экзамен. Оценка по каждому вопрос ставится в зависимости от полноты ответа.
6. Решения принимаются комиссией коллегиально и закрепляются подписями членов комиссии в листе устного ответа.

**ПРОГРАММА**

**для поступающих в магистратуру**

**Института математики и информационных технологий**

**по направлению Прикладная математика и информатика**

1. Высшая математика

1.1. Математический анализ.

* 1. Предел последовательности. Критерий Коши. Существование предела у монотонно возрастающей, ограниченной сверху последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
  2. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости числовых рядов (признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, признак Лейбница).
  3. Предел функции. Непрерывные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теорема Вейерштрасса об ограниченности и достижении точных верхней и нижней граней, теорема Коши о промежуточных значениях). Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.
  4. Дифференцируемые функции одной и нескольких переменных. Производные и дифференциал. Формула Тейлора для функций одной и нескольких переменных.
  5. Экстремумы функций одной и нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
  6. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Интегрируемость монотонной и непрерывной функций. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов.

1.2. Линейная алгебра.

* 1. Матрицы и действия над ними. Определитель квадратной матрицы. Ранг матрицы и способы его вычисления.
  2. Системы n линейных уравнений с m неизвестными. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы. Теорема Кронекера-Капелли.
  3. Собственные векторы и собственные числа матриц. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.

1.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

* 1. Методы интегрирования уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, уравнение Бернулли). Уравнения более высоких порядков, методы понижения порядка.
  2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка и системы n уравнений в нормальной форме. Структура общего решения для системы линейных уравнений, случай простых и кратных собственных чисел.
  3. Автономные системы. Положение равновесия. Фазовая плоскость и фазовые траектории. Классификация положений равновесия на плоскости. Понятие устойчивости положения равновесия по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Теорема об устойчивости по первому приближению.

1.4. Комплексный анализ.

Функции одной комплексной переменной. Дифференцируемые функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции. Степенные ряды. Круг сходимости степенного ряда.

2. Математическое моделирование (уравнения математической физики).

* 1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений с постоянными коэффициентами.
  2. Понятие корректной начально-краевой задачи для уравнений в частных производных.
  3. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера.
  4. Смешанная задача для уравнения колебания струны. Метод Фурье.
  5. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его смысл.
  6. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Принцип максимума для уравнений параболического типа.
  7. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге и вне круга методом Фурье.

3. Исследование операций (дискретная математика и математическое программирование).

1. Графы. Способы задания графов. Основные классы графов. Изоморфизм графов. Критерий существования эйлерова цикла. Достаточные условия существования гамильтонова цикла. Деревья. Характеризация деревьев. Теорема Кэли.
2. Задача о минимальном остовном дереве. Алгоритмы Краскала и Прима. Задача о кратчайших путях. Алгоритм Дейкстры. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.
3. Линейное программирование. Симплекс-метод. Теоремы двойственности.
4. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера. Метод возможных направлений.
5. Целочисленное программирование. Алгоритмы отсечения. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера.

ЛИТЕРАТУРА

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1970.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Наука, 1982.

Зорич В.А. Математический анализ. М.: Наука, 1984.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1975.

Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1976.

Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.

Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1971.

Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.

Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций. М.: Наука, 1984.

Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М.: Наука, 1968.

Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.

Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.

Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.

Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978.

Гери М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М.: Мир, 1974.

Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1980.

Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969.

**Пример билета**

1. Исследуйте на сходимость ряд .
2. Найдите .
3. Графы. Способы задания графов. Изоморфизм графов.
4. Решите задачу

