МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 02758554002DADB1974AFAEA677734E52F
Владелец: ФГБОУ ВО "ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО", ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО, ОМГУ
Действителен: с 19.05.2021 до 19.05.2022

Утверждаю:

Проректор по научной работе

_______________П.В. Прудников

«_____» _____________ 2019 г.

Программа вступительного испытания

для поступления в аспирантуру

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Направленность программы
Дискретная математика и математическая кибернетика

Омск, 2019

Утверждено Учёным советом ИМИТ ______________ 201__ года.

Председатель Учёного совета ____________________ И.А. Латыпов

1. Вступительное испытание (экзамен) проводится специально утверждённой для данного вида вступительных испытаний предметной комиссией.
2. Каждому из поступающих проводящая экзамен предметная комиссия предлагает два вопроса по своему выбору.
3. На подготовку ответов испытуемым предоставляется 45 минут.
4. Конспект ответов испытуемые излагают на стандартном бланке листа устного ответа, предоставленном приёмной комиссией, после чего излагают свои ответы членам предметной комиссии, которые фиксируют своё мнение по каждому ответу на том же бланке в произвольном виде.
5. Члены комиссии имеют право задавать испытуемым дополнительные (уточняющие) вопросы.
6. По каждому из вопросов испытуемый может получить до 50 баллов и до 100 баллов включительно в сумме. Эта сумма является оценкой за собеседование.
7. Решения принимаются предметной комиссией коллегиально и закрепляются подписями членов комиссии в листе устного ответа.

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ И КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

1.Математический анализ

Теория пределов. Теория рядов. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема о средних значениях, теорема о неявных функциях, формула Тейлора).

Основные теоремы интегрального исчисления (теоремы о замене переменных; теоремы о повторных интегралах; формулы Грина, Остроградского, Стокса).

2.Основы функционального анализа

Конечномерные вещественные пространства (характеризация открытых, замкнутых и компактных множеств).

Основные теоремы о сходимости последовательностей измеримых функций (теорема Егорова).

Определения и основные свойства интеграла Лебега. Теоремы Лебега, Де-ви, Фату о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Фубини.

Функции ограниченной вариации и интеграл Стилтьеса.

Основные нормированные пространства, Полнота, сепарабельность, критерий компактности, сильная и слабая сходимости.

Гильбертовы пространства. Теоремы Рисса-Фишера. Ряды и интегралы Фурье.

3.Основы теории функций комплексного переменного

Условия Коши - Римана. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Точки ветвления и римановы поверхности.

Комплексное интегрирование. Теорема Коши. Интеграл типа Коши. Теорема Морера.

Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Теорема единственности аналитической функции. Принцип модуля и аргумента для аналитических функций. Элементы теории вычетов.

ЛИТЕРАТУРА

1 Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1-3.
2 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
3 Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Зависимость решения от начальных условий и от параметров.

2. Общая теория линейных систем

Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы. Построение общего решения. Неоднородные линейные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное уравнение n-го порядка. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

АЛГЕБРА

1. Основные понятия алгебры

Алгебраические операции и алгебраические системы. Изоморфизм. Группа. Кольцо. Поле. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов. Кольцо матриц. Группа подстановок.

2. Конечномерные векторные пространства

Линейная зависимость, теорема о замене, база и ранг системы векторов, размерность пространства. Изоморфизм любого конечномерного пространства некоторому пространству строк. Преобразование координат вектора при смене базы пространства. Фактор-пространство. Размерность суммы и пересечения подпространств, фактор-пространства.

3. Системы линейных уравнений

Теорема о ранге для матриц. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений (определение и отыскание). Однородные системы (пространство решений, фундаментальные системы решений). Связь между множеством решений совместной неоднородной системы и пространством решений соответствующей однородной системы.

4. Многочлены

Делимость многочленов (алгоритм деления с остатком, наибольший общий делитель, алгоритм Евклида). Разложение на неразложимые множители. Корни и значения (теорема Безу, формула Тейлора, интерполяционный многочлен). Формулы Виета и основная теорема о симметрических многочленах. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

5. Линейные преобразования векторных пространств

Алгебра линейных преобразований пространств, изоморфизм с алгеброй матриц. Образ, ядро, ранг и дефект линейного преобразования. Невырожденные преобразования. Инвариантность пространства.

6. Линейные отображения евклидовых и унитарных пространств

Аксиоматика евклидовых и унитарных пространств, длина вектора и угол между ненулевыми векторами (неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника). Процесс ортогонализации и изоморфизмы евклидовых и унитарных пространств стандартным пространствам строк, ортогональное дополнение к подпространству и ортогональные разложения евклидовых и унитарных пространств.

7. Квадратичные формы

Поведение матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом выделения полных квадратов. Закон инерции для вещественных квадратичных форм. Положительно определенные формы (критерий Сильвестра). Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры.
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры.

ГЕОМЕТРИЯ

1. Аффинные и ортонормальные системы координат

Формулы замены координат. Вычисление скалярных произведений, длин отрезков и углов.

2. Геометрические основы теории определителей

Одинаково и противоположно ориентированные реперы, ориентация пространства. Вычисление объема параллелепипеда, построенного по реперу, через координаты составляющих векторов. Геометрический смысл детерминанта матрицы Грамма. Векторное и смешанное произведение в 3-мерном ориентированном евклидовом пространстве.

3. Аффинные подпространства

Задание аффинного подпространства параметрическим уравнением и системой уравнений. Существование и единственность аффинного отображения, имеющего заданные значения в заданных точках. Аффинные свойства фигур (прямолинейность, выпуклость, связность и т.п.).

4. Линии и поверхности 2-го порядка

Алгебраические поверхности. Пересечение алгебраической поверхности с прямой, условие касания. Линия второго порядка (фокусы, асимптоты, оптические свойства). Строение поверхностей 2-го порядка. Алгоритмы отыскания канонического уравнения и главных осей поверхности, заданной общим уравнением 2-й степени. Метод Лагранжа (метод выделения полных квадратов) для определения аффинного типа поверхности 2-го порядка.

5. Теория кривых

Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость, главная нормаль и бинормаль. Кручение кривой. Теорема о задании кривой натуральными уравнениями.

6. Теория поверхностей

Первая и вторая квадратичная форма. Универсальная связь между первой и второй квадратичными формами поверхности. Понятие о внутренней геометрии поверхностей и ее многомерном обобщении (римановой геометрии).

ЛИТЕРАТУРА

1. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия

2. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Пространство элементарных событий (ЭС). Построение вероятностей для дискретного пространства ЭС. Классическое определение вероятности.

2. Определение вероятности для произвольного пространства ЭС. Вероятностное пространство. Теорема о непрерывности вероятности. Геометрическая вероятность.

3. Определение случайной величины (СВ). Ступенчатые СВ. Сходимость по вероятности и почти наверное.

4. Определение условной вероятности одного события относительно другого. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

5. Определение условной вероятности события относительно СВ.

6. Математическое ожидание (МО). Моменты. Условное МО одной СВ относительно другой.

7. Независимость СВ. МО произведения независимых СВ.

8. Дисперсия и ее свойства. Ковариация. Неравенство Чебышева и его обобщения.

9. Последовательные испытания. Независимые испытания. Схема Бернулли. Формула для числа успехов в схеме Бернулли.

10. Последовательность независимых СВ. Построение соответствующей вероятностной меры.

11. Закон больших чисел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боровков А.А. Лекции по теории вероятностей.
2. Гнеденко Б.Г. Курс теории вероятностей.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

1. Элементы дискретного анализа.

Функции алгебры логики. Формулы, реализация функций формулами. Эквивалентность формул и свойства элементарных функций. Двойственность, принцип двойственности. Полнота и замкнутость. Совершенная нормальная форма (НФ). ДНФ, КНФ, минимальная НФ, тупиковая НФ. Синтез схем, функция Шеннона.

Алфавитные коды и их свойства. Избыточность, код оптимальный и близкий к оптимальному, коды Фано и Шеннона. Код Хэмминга, кодирование и декодирование.

2. Элементы теории графов

Графы, основные классы графов. Маршруты, цепи, циклы. Связность, компоненты связности. Эйлеровы циклы и цепи. Теорема Эйлера. Гамильтоновы циклы и цепи. Теоремы Оре и Дирака. Деревья, определение и критерии. Двудольные графы. Теорема Кенига. Ориентированные графы. Сильная, односторонняя и слабая связность. Критерии сильной и слабой связности орграфа.

3. Задачи исследования операций

Задача о кратчайшей связывающей сети. Алгоритм Прима. Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Эдмондса-Карпа. Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ. Задача о рюкзаке. Метод динамического программирования.

4. Математическое программирование

Задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Лексикографический вариант симплекс-метода. Двойственные задачи линейного программирования и теоремы двойственности. Двойственный симплекс-метод.

Задачи нелинейного программирования. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Задачи выпуклого программирования. Седловые точки функции Лагранжа и теорема Куна-Таккера. Метод возможных направлений.

5. Элементы теории сложности

Массовая и индивидуальная задачи. Примеры. Задачи распознавания свойств. Трудоемкость алгоритма, полиномиальные и экспоненциальные алгоритмы. Класс P. Недетерминированные алгоритмы и класс NP. Полиноминальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема о сложности NP-полных задач. Сводимость по Тьюрингу и NP-трудные оптимизационные задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.
2. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. (Ред. Яблонский С.В. и Лупанов О.Б.)
3. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов.
4. Таха Х.А. Введение в исследование операций.

Программу составил д.ф.-м.н., профессор,
профессор кафедры прикладной
и вычислительной математики В.П. Ильев