МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 02758554002DADB1974AFAEA677734E52F
Владелец: ФГБОУ ВО "ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО", ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО, ОМГУ
Действителен: с 19.05.2021 до 19.05.2022

«Утверждаю»
Проректор по научной работе
_______________С.В. Белим
«_____» _____________ 2017 г.

Программа вступительного испытания
в аспирантуру по направлению

01.06.01 Математика и механика

Дисциплина по профилю подготовки:

Математическая логика, алгебра и теория чисел

Омск
2017

Утверждено Учёным советом ИМИТ ______________ 201__ года.

Председатель Учёного совета ИМИТ ____________________ И. А. Латыпов

1. Вступительное испытание (экзамен) проводится специально утверждённой для данного вида вступительных испытаний предметной комиссией.
2. Каждому из поступающих проводящая экзамен предметная комиссия предлагает два вопроса по своему выбору.
3. На подготовку ответов испытуемым предоставляется 45 минут.
4. Конспект ответов испытуемые излагают на стандартном бланке листа устного ответа, предоставленном приёмной комиссией, после чего излагают свои ответы членам предметной комиссии, которые фиксируют своё мнение по каждому ответу на том же бланке в произвольном виде.
5. Члены комиссии имеют право задавать испытуемым дополнительные (уточняющие) вопросы.
6. По каждому из вопросов испытуемый может получить до 50 баллов и до 100 баллов включительно в сумме. Эта сумма является оценкой за собеседование.
7. Решения принимаются предметной комиссией коллегиально и закрепляются подписями членов комиссии в листе устного ответа.

1. АЛГЕБРА

1.1 Многочлены.

Теория делимости многочленов от одной буквы. Производная и выделение кратных множителей. Неприводимые многочлены; Неприводимость над полями Q, R, C. Рациональные дроби. Интерполяция. Многочлены от нескольких переменных; симметрические многочлены.

1.2 Матрицы.

Алгебра матриц. Элементарные преобразования строк, столбцов матрицы. Разложение матрицы в произведение диагональной матрицы и трансвекций. Метод Гаусса приведения матрицы к трапециидальному виду. Теория определителей. Решение систем линейных уравнений. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Обратимые матрицы; группа обратимых матриц.

1.3 Векторные пространства.

Подпространства. Линейные отображения, функционалы, преобразования. Кольцо линейных преобразований; его изоморфизм с кольцом матриц. Ядро, образ, собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Теорема о нормальной жордановой форме матрицы.

1.4 Эвклидовы и унитарные пространства, квадратичные и билинейные формы.

Аксиоматика унитарных и эвклидовых пространств. Линейные отображения унитарных пространств; сопряжённые преобразования. Нормальные линейные преобразования и их свойства. Унитарные (ортогональные), симметрические, кососимметрические линейные преобразования и свойства их матриц. Квадратичные и билинейные формы; матричная запись, переход к новым переменным. Приведение квадратичной формы к каноническому виду; закон инерции. Приведение квадратичной формы к главным осям.; приложение к теории поверхностей второго порядка.

1.5 Элементы общей алгебры.

Группы, полугруппы, нормальные делители. Теорема о гомоморфизме групп. Теорема Лагранжа, Группы подстановок. Кольца, полкольца, идеалы. Теоремы о гомоморфизмах колец, алгебр Поле: расширение полей. Теорема о присоединении корня многочлена и ее следствия.

ЛИТЕРАТУРА:

1. А.И. Кострикин, Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры. М.: Наука, 495 с.
2. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 304 с.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА.

2.1 Алгебра логики и исчисления высказываний.

Таблицы истинности; логические связки. Полные системы связок; теорема о ДНФ и КНФ. Система аксиом для исчисления высказываний. Теорема дедукции.

2.2 Элементы теории алгоритмов.Машина Тьюринга. Рекурсивные функции, их вычислимость на машине Тьюринга. Понятие об алгоритмически неразрешимых проблемах.**2.3 Узкое исчисление предикатов.**

Кванторы. Интерпретации. Выполнимость и истинность. Понятие о модели. Свойства теорий первого порядка. Теорема о полноте. Предваренная нормальная форма.

ЛИТЕРАТУРА:

Э. Мендельсон, Введение в математическую логику. М.: Наука, 1971, 320 с.
П. С. Новиков, Элементы математической логики. М.: Наука, 1973, 399 с.
А. И. Мальцев, Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1965, 392 с.

3. ЭЛЕМЕНТЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА.

3.1 Теория меры и интеграл.

Лебегова мера множеств в R^n. Общее понятие меры. Измеримые функции. Сходимость почти всюду. Теоремы об измеримых функциях (теорема Егорова, С-свойство Лузина и так далее). Построение интеграла Лебега. Сравнение с интегралом Римана. Теорема Фубини.

3.2 Нормированные и топологические линейные пространства.

Теорема Хана-Банаха. Евклидовы пространства и их геометрия. Теорема Рисса-Фишера. Гильбертово пространство. Определения, примеры и простейшие свойства топологических пространств. Свойства непрерывных функций.

3.3 Линейные операторы.

Дуальное пространство; примеры. Слабая и сильная топология в линейном топологическом пространстве. Ограниченные множества в дуальном пространстве. Теорема Рисса. Непрерывность и ограниченность линейных операторов. Сопряженные операторы. Теоремы о вполне непрерывных операторах. Теоремы Фредгольма.

ЛИТЕРАТУРА:

А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 2006, 572 с.
Л.А. Люстерник, В.И. Соболев, Краткий курс функционального анализа. М.: Наука, 2009, 272 с.

4. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО.

4.1 Голоморфные функции.

Комплексная плоскость. Пути и кривые. Области. Интеграл. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Ряды Тейлора. Их свойства. Ряды Лорана и особые точки. Вычеты.

4.2 Аналитическое продолжение.

Свойства аналитических функций. Элементарные функции. Особые точки. Продолжение вдоль пути. Понятие о римановой поверхности.

4.3 Геометрическая теория.

Принцип аргумента. Принцип сохранения области. Принцип максимума и лемма Шварца. Конформные отображения. Понятие о группе Мёбиуса. Принцип Компактности. Теорема Римана.

ЛИТЕРАТУРА:

Б.В. Шабат, Введение в комплексный анализ. Часть 1. Функции одного переменного. М.: Ленанд, 2015, 336 с.

Программу составил д.ф.-м.н., профессор,
зав. кафедрой компьютерной математики
и программирования В. А. Романьков