МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского»

«Утверждаю»
Проректор по научной работе
_______________ П.В. Прудников
«_____» _____________ 2022 г.

Программа вступительного испытания
в аспирантуру по специальности

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Омск
2022

1. Требования к вступительному испытанию по специальности

Вступительное испытание по специальности включает в себя три вопроса, отражающие базовые понятия и положения в рамках введения в научную специальность в соответствии с кандидатским минимумом по специальности: один из первой части вопросов, второй – из второй части вопросов, третий – из третьей части вопросов.

На собеседовании поступающий в аспирантуру должен продемонстрировать следующие компетенции:

- целостное знание по базовым понятиям и положениям из перечня вопросов испытания;
- умение устанавливать связь теоретических основ прикладной информатики с современной практикой в области математического и программного обеспечения вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей;
- владение методами научно-исследовательской работы.

2. Регламент испытания

Вступительное испытание проводится в устной форме. Абитуриенту предлагаются три вопроса из Программы на усмотрение членов комиссии и при их общем согласии. Абитуриент записывает ответы на каждый вопрос. На подготовку дается 1 час. Устный опрос абитуриента осуществляется в течение 20 мин. Ведется протокол опроса, к которому прилагаются письменные ответы абитуриента, и на которых члены комиссии могут оставлять свои замечания и пометки.

Оценку выставляет комиссия в отсутствии абитуриента. Результаты испытания оцениваются по 100-бальной шкале.

Каждый вопрос оценивается в баллах: 1-й вопрос оценивается от 0 до 34 баллов, 2-й вопрос оценивается от 0 до 33 баллов, 3-й вопрос оценивается от 0 до 33 баллов. Набранные баллы суммируются, и полученная сумма объявляется оценкой за испытание.

Испытание не пройдено, если суммарно набрано не более 30 баллов.

3. Критерии оценки

Параметр N=34 для вопроса 1 и N=33 для вопросов 2,3.

Оценка за ответ на вопрос от 20 до N баллов выставляется при условии, что на вопрос дан правильный ответ. Показано хорошее знание рассматриваемого вопроса, но с некоторыми неточностями.

Оценка от 10 до 19 баллов выставляется при условии, что на вопрос дан правильный ответ, однако, имеются некоторые, несущественные неточности. В целом показано неплохое знание рассматриваемого вопроса, но с заметными негрубыми ошибками.

Оценка от 0 до 9 баллов выставляется в том случае, когда дан либо неправильный ответ, либо вопрос раскрыт очень поверхностно, пропущены самые важные моменты или допущены грубые ошибки, подтверждающие, что испытуемый не знает соответствующий предмет.

4. Содержание программы

Часть 1

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ И КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

I. Математический анализ.

1. Теория пределов. Теория рядов. Основные теоремы о непрерывных функциях.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема о средних значениях, теоремы об экстремуме функций, формула Тейлора).
3. Основные теоремы интегрального исчисления (теоремы о замене переменных, теоремы о повторных интегралах, формулы Грина, Остроградского).

II. Основы функционального анализа.

1. Конечномерные вещественные пространства (характеризация открытых, замкнутых и компактных множеств).
2. Основные нормированные пространства. Полнота, сепарабельность, критерий компактности, сильная и слабая сходимости.
3. Гильбертовы пространства. Теоремы Рисса-Фишера. Ряды Фурье.
4. Линейные функционалы. Теорема Рисса о представлении линейного функционала. Линейные операторы. Ограниченные операторы.
5. Теорема Банаха о неподвижной точке.

III. Основы ТФКП.

1. Условия Коши-Римана. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями.
2. Комплексное интегрирование. Теорема Коши.
3. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Элементы теории вычетов.

Часть 2

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

I. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Зависимости решения от начальных условий и от параметров.

II. Общая теория линейных систем.

Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейной однородной системы. Построение общего решения. Неоднородные линейные системы. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное уравнение n-го порядка. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

III. Теория устойчивости.

Теоремы Ляпунова об устойчивости. Теоремы о неустойчивости. Устойчивости по первому приближению.

Часть 3

АЛГЕБРА

I. Основные понятия алгебры.

Алгебраическая система. Изоморфизм. Группа. Кольцо. Поле. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов. Кольцо матриц.

II. Теория определителей.

Понятие определителя. Операции над определителями. Вычисление определителей.

III. Векторные пространства.

Понятие векторного (линейного) пространства. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств. Преобразование координат вектора при смене базиса пространства.

IV. Системы линейных уравнений.

Общее решение системы линейных уравнений. Однородные системы (фундаментальные системы решений).

V. Квадратичные формы.

Поведение матриц квадратичной формы при линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции действительной квадратичной формы. Положительно определенные формы.

ГЕОМЕТРИЯ

I. Аффинные и ортонормированные системы координат.

Формулы замены координат. Вычисление скалярных произведений длин отрезков, углов. Векторное и смешанное произведение в 3-х мерном ориентированном евклидовом пространстве.

II. Линии и поверхности 2-го порядка.

Линия второго порядка (фокусы, асимптоты, оптические свойства) и их классификация. Поверхности 2-го порядка и их классификация.

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

I. Элементы теории приближений. Интерполирование.

Задача наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Полиномы Чебышева.

II. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Метод Рунге-Кутта. Метод Адамса (интерполяционный и экстраполяционный). Метод прогонки. Устойчивость метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1 : учеб. для вузов: В 3 т. М.: Физматлит, 2001. 679 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2 : учеб. для вузов: В 3 т. М.: Физматлит, 2001. 863 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3 : учеб. для вузов: В 3 т. М.: Физматлит, 2002. 727 с.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 315 с.
5. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1: учебник для вузов: В 2 ч. М.: МЦНМО, 2002. 657с.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. для вузов. М.: Физматлит, 2001 . 335 с.
7. Бицадзе А. В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного : учеб. для студентов мех.-мат. и физ. специальностей вузов. М.: Наука, 1984. 320 с.
8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учебник для вузов. СПб.: Лань, 2003. 431 с.
9. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для вузов. М.: Физматлит, 2000. 374 с.
10. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры : учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1975. 400 с.
11. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия : учеб. для вузов. М.: Б. и. ; Ижевск : РХД, 2005. 208 с.
12. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия : учеб. для вузов. М.: Наука, 1974. 176 с.
13. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры : учеб. пособие для вузов. СПб.: Лань, 2002. 733 с.

Дополнительная литература:

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. для ун-тов. М.: Наука, 1970. 279 с.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры : учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1975. 400 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики : учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1980. 534 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем : учеб. пособие для студентов вузов. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 616 с.