МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского»

Институт математики и информационных технологий

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 02758554002DADB1974AFAEA677734E52F
Владелец: ФГБОУ ВО "ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО", ОМГУ ИМ. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО, ОМГУ
Действителен: с 19.05.2021 до 19.05.2022

«Утверждаю»

Проректор по учебной работе

______________Т.Б. Смирнова

«___» октября 2020 г.

Программа вступительного испытания «Прикладная математика и информатика»

Омск, 2020

1. Вступительное испытание проводится в виде теста (с открытыми и/или закрытыми ответами).

2. Каждому абитуриенту будет предложено 20 вопросов. Каждый вопрос оценивается в 5 баллов.

Критерий оценки за каждый вопрос: ответ правильный – 5 баллов; ответ неправильный – 0 баллов.

В вопросах теста предполагается наличие только одного правильного ответа.

3. Максимальная оценка составляет 100 баллов.

4. Время на проведение вступительного испытания – 90 минут.

5. Запрещается использовать справочные материалы, средства связи и электронно-вычислительную технику (кроме той, которая используется для сдачи вступительного испытания на основе дистанционных технологий).

6. Пример тестового задания:

Найдите определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

A) 5, B) 8, C) 10, D) 11.

ТЕМАТИКА ВОПРОСОВ

1. Высшая математика

1.1. Математический анализ.

a) Предел последовательности. Критерий Коши. Существование предела у монотонно возрастающей, ограниченной сверху последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
b) Числовые ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости числовых рядов (признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, признак Лейбница).
c) Предел функции. Непрерывные функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке (теорема Вейерштрасса об ограниченности и достижении точных верхней и нижней граней, теорема Коши о промежуточных значениях). Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.
d) Дифференцируемые функции одной и нескольких переменных. Производные и дифференциал. Формула Тейлора для функций одной и нескольких переменных.
e) Экстремумы функций одной и нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
f) Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Интегрируемость монотонной и непрерывной функций. Теорема о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов.

1.2. Линейная алгебра.

a) Матрицы и действия над ними. Определитель квадратной матрицы. Ранг матрицы и способы его вычисления.
b) Системы n линейных уравнений с m неизвестными. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы. Теорема Кронекера-Капелли.
c) Собственные векторы и собственные числа матриц. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.

1.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

a) Методы интегрирования уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, уравнение Бернулли). Уравнения более высоких порядков, методы понижения порядка.
b) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка и системы n уравнений в нормальной форме. Структура общего решения для системы линейных уравнений, случай простых и кратных собственных чисел.
c) Автономные системы. Положение равновесия. Фазовая плоскость и фазовые траектории. Классификация положений равновесия на плоскости. Понятие устойчивости положения равновесия по Ляпунову и асимптотической устойчивости. Теорема об устойчивости по первому приближению.

1.4. Комплексный анализ.

Функции одной комплексной переменной. Дифференцируемые функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции. Степенные ряды. Круг сходимости степенного ряда.

2. Математическое моделирование (уравнения математической физики).

a) Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений с постоянными коэффициентами.
b) Понятие корректной начально-краевой задачи для уравнений в частных производных.
c) Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера.
d) Смешанная задача для уравнения колебания струны. Метод Фурье.
e) Задача Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение и его смысл.
f) Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Принцип максимума для уравнений параболического типа.
g) Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле в круге и вне круга методом Фурье.

3. Исследование операций (дискретная математика и математическое программирование).

a) Графы. Способы задания графов. Основные классы графов. Изоморфизм графов. Критерий существования эйлерова цикла. Достаточные условия существования гамильтонова цикла. Деревья. Характеризация деревьев. Теорема Кэли.
b) Задача о минимальном остовном дереве. Алгоритмы Краскала и Прима. Задача о кратчайших путях. Алгоритм Дейкстры. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.
c) Линейное программирование. Симплекс-метод. Теоремы двойственности.
d) Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера. Метод возможных направлений.
e) Целочисленное программирование. Алгоритмы отсечения. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера.

ЛИТЕРАТУРА

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1970.

Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Наука, 1982.

Зорич В.А. Математический анализ. М.: Наука, 1984.
Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1975.
Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1976.
Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1971.
Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.
Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций. М.: Наука, 1984.
Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М.: Наука, 1968.
Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука,1977.
Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.
Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978.
Гери М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М.: Мир, 1974.
Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1980.
Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969.